

## Jeu de déduction logique avec des nombres croisés®

### *Introduction :*

Ce jeu n'est pas un jeu mathématique au sens propre, mais un "jeu" de réflexion et de logique où il n'y a aucune forme de calcul. Les chiffres sont utilisés en tant que symboles, plus faciles à mémoriser et à manipuler que d'autres symboles (lettres ou formes de couleurs diverses par exemple).

Ce jeu est un bon test de stimulation intellectuelle ou d'initiation à la logique pour tout âge !

### *Description :*

Dans une grille carrée, du type de celle des mots croisés, n'ayant qu'une case noire par ligne et par colonne, la règle du jeu consiste à placer des nombres dans chaque espace libre ou séquence (tant en horizontal qu'en vertical et se croisant avec le même chiffre). Chaque nombre est composé de chiffres de **1** à ***n***, pris une seule fois et dans n'importe quel ordre (si ***n*** est le nombre de cases vides entre une case noire et un bord).

Pour une grille de dimension **P** (inférieure à 11), le chiffre le plus élevé sera **P-1**. Au-delà, avec **P** supérieur à 10, il faut introduire d'autres symboles (A,B,C,D,E,F pour une dimension de 16 par exemple) mais la logique reste la même.

Remarque : une case noire par ligne et par colonne n'est pas une obligation de conception, mais la présentation est plus homogène.

Une des caractéristiques du jeu : le résultat pour chaque chiffre dépend des choix des chiffres voisins tant en horizontal qu'en vertical. L'interdépendance des chiffres entre eux constitue l'énigme à résoudre.

Il y a une forme de récursivité dans l'interaction des solutions chiffre par chiffre qui induit finalement une méthode de recherche, ce qui nécessite réflexion et concentration.

Exemple pour une grille de dimension 5 x 5 (deux solutions):

1	2	■	2	1
■	3	4	1	2
2	1	3	4	■
1	■	1	3	2
3	1	2	■	1

1	2	■	1	2
■	3	4	2	1
3	1	2	4	■
1	■	1	3	2
2	1	3	■	1

Ici, le chiffre le plus élevé est : 4 (N-1)

### Conception d'une grille :

La construction s'appuie sur un carré constitué de  $N * N$  cases (dans l'exemple  $N=5$ ). Ce carré est rempli de  $N$  cases noires, aléatoirement ordonnées. Il reste alors  $N*(N-1)$  cases vides à remplir par des chiffres. Les cases noires délimitent des séquences (en horizontal et en vertical) ; soit  $(N-1)*4$  séquences pour une grille de taille  $N$ . Chaque séquence doit recevoir un nombre de plusieurs chiffres.

Ce choix des cases noires conditionne l'existence d'une solution au moins (par permutation circulaire ou par retournement, il est possible d'avoir des variantes). Pour expliquer ce choix, il faut partir de la grille triviale suivante (arbitrairement ici de dimension  $5*5$ ) :

cases noires sur une diagonale :	■					qui a pour solution très simple :	■	1	2	3	4
		■					1	■	1	2	3
			■				2	1	■	1	2
				■			3	2	1	■	1
					■		4	3	2	1	■

Le mélange des colonnes (ou des lignes) donne une nouvelle grille possédant sûrement une solution : les valeurs des cases ne changent pas, elles sont seulement déplacées. On exclut le pivotement de la grille sur elle-même (solution sosie).

Cette méthode de génération permet de confectionner  $(N-1)! / 8$  grilles (lire « factorielle ») pour un tableau de dimension N, soit : 45 360 grilles pour N=10 (il faut tenir compte des solutions « images » obtenues par rotation ou retournement : soit  $2 * 4 = 8$ ).

*Procédure de recherche de solution :*

Ce jeu de logique consiste à placer les chiffres à leur bonne place par application de la règle énoncée précédemment. Le processus se fait en deux étapes : placement des chiffres déduits avec certitude (ce sera un socle invariant), puis, recherche pour les autres des emplacements avec des hypothèses que l'on teste (cette dernière voie de recherche n'est pas toujours nécessaire).

Ainsi une case unique, en horizontal ou en vertical, prend la valeur 1 avec certitude, deux cases prennent les valeurs 1 et 2 (ou 2 et 1) et ainsi de suite...

Par ailleurs, il faut remarquer qu'au croisement d'une ligne et d'une colonne, le chiffre possible sera au plus celui de la plus courte longueur (en horizontal ou en vertical) de la séquence, sans forcément avoir cette valeur en raison des autres croisements possibles !

Enfin, si N est la dimension du carré, les chiffres possibles se répartissent de 1 à (N-1), avec la loi suivante : si X est le chiffre, le nombre d'occurrences de X est égal à  $2*(N-X)$ .

La somme de ces occurrences est bien égale à  $N*(N-1)$ .

Exemple, pour un tableau de taille 7 :

On trouvera pour la valeur « 6 » :  $2 * (7 - 6) = 2$  occurrences

pour la valeur « 5 » :  $2 * (7 - 5) = 4$  occurrences

et ainsi de suite, soit  $2 * (7 - 1) = 12$  pour la valeur « 1 ».

Il faut, de plus, observer qu'avec une case noire sur chaque bord, cela entraîne quatre positions possibles pour la valeur (N-1), dont seules deux sont éligibles, compte tenu qu'un chiffre se place sur une ligne et une colonne différentes. En prenant la valeur la plus forte en ouverture (avec un choix de quatre possibilités), on a donc

une chance sur deux de bien débuter. Au fur à mesure, la probabilité de choisir la bonne case diminue, c'est la logique qui guide les choix.

Conclusion : il faut commencer par rechercher les valeurs certaines (qu'on notera à l'encre) puis poursuivre en faisant des hypothèses pour les valeurs les plus fortes, car peu nombreuses (qu'on notera au crayon pour permettre de revenir en arrière).

La recherche complète relève de la combinatoire. Plus la dimension de la grille est grande, plus la recherche est complexe. Pour un élargissement d'une unité, le nombre de chiffres à placer passe de  $N*(N-1)$  à  $(N+1)*N$ , le nombre de chiffres à placer est multiplié par  $(N+1) / (N-1)$ .

### Exemples de grilles :

Grille vierge

Grille remplie (il existe d'autres solutions)

Dimension 7\*7 :

		■				
				■		
			■			
						■
	■					
■						
					■	

2	1	■	2	1	4	3
4	3	2	1	■	2	1
3	2	1	■	3	1	2
5	4	6	1	2	3	■
1	■	4	3	1	5	2
■	1	5	2	4	6	3
1	2	3	4	5	■	1

Dimension 10\*10 :

					■				
								■	
				■					
		■							
	■								
						■			
			■						
								■	
									■
■									

5	4	3	1	2	■	2	3	1	4
8	3	2	6	1	7	5	4	■	1
4	2	1	3	■	4	1	2	3	5
2	1	■	4	1	2	3	6	5	7
1	■	2	5	3	1	4	7	6	8
6	1	3	2	4	5	■	1	2	3
3	2	1	■	2	3	1	5	4	6
7	3	4	1	5	6	2	■	1	2
9	4	5	2	6	8	3	1	7	■
■	5	6	3	7	9	4	2	8	1

Pour ne pas décourager le joueur, il est d'usage de révéler un certain nombre de cases, ce qui donne la « force » attribuée au jeu (de « débutant » à « expert »). Plus le nombre de positions révélées est grand, plus la suite se déduit facilement. Avec la taille variable de la grille et le nombre de cases révélées, le jeu couvre une grande plage de difficultés.

Exemple, comme pour les grilles précédentes :

Grille de 7\*7

2	1			1		
			1			
4						1
	4	3		2		
5				1		1
3		2			1	
		6	1	4		

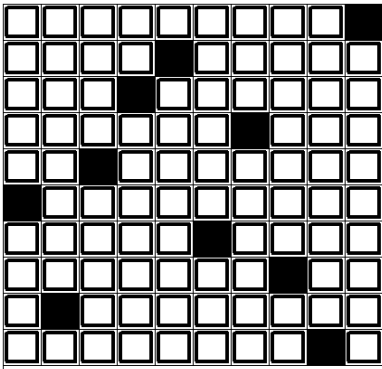
2	1		4	1	3	2
1		5	1	2	4	3
4	3	1	2		2	1
6	4	3	5	2	1	
5	2	4	3	1		1
3	1	2		3	1	2
	5	6	1	4	2	3

Grille de 10\*10

	4	3		1			2		1
		2			5		1		
	7	9	4	6			3		
7				1	4			1	
				3	1	5		6	
6			1	2			1	2	
2				7			3		
1		7				2		1	5
			4			3			
	2		2	5					6

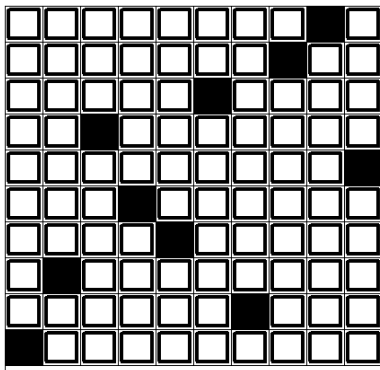
5	4	3	2	1		4	2	3	1
4	3	2	1		5	3	1	4	2
8	7	9	4	6	2	1	3	5	
7	6	5	3	1	4	2		1	2
3	2	1		3	1	5	2	6	4
6	5	4	1	2	3		1	2	3
2	1	8	5	7	6	4	3		1
1		7	3	4	8	2	6	1	5
	1	6	4	8	9	3	5	2	7
1	2		2	5	7	1	4	3	6

## Exemple de grilles (taille 10 et 7)



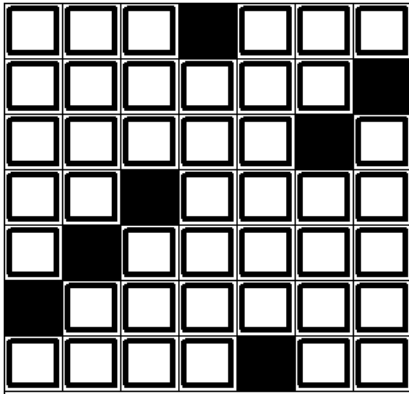
	8	4		1			7	9	
	3								
3		1							
					2				
	1		1	3	4	2			
							6		9
3	4	2							
		3				4		7	8
				8	3				

5	8	4	2	1	6	3	7	9	
4	3	2	1		1	2	3	4	5
3	2	1		2	3	1	4	5	6
1	6	3	4	5	2		1	2	3
2	1		1	3	4	2	5	6	7
	7	4	2	1	5	3	6	8	9
2	5	1	3	4		1	2	3	4
3	4	2	6	7	1	5		1	2
1		3	5	6	2	4	1	7	8
4	1	5	7	8	3	6	2		1



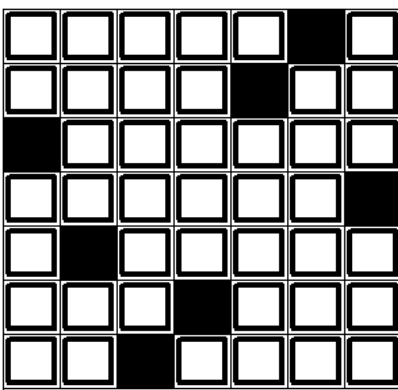
	7	3		6	2		1		
	6			5					
		1	3				1	4	
				3	6	7			
	5		2	4	1	8			
3		1			4		3		2
			1		2			5	
1		5					7		
	1	4					2	3	1
			4	3	7			9	

8	7	3	5	6	2	4	1		1
7	6	2	4	5	1	3		1	2
5	4	1	3	2		2	1	4	3
2	1		1	3	6	7	5	2	4
9	5	3	2	4	1	8	6	7	
3	2	1		1	4	5	3	6	2
4	3	2	1		2	1	4	5	3
1		5	2	1	3	6	7	8	4
6	1	4	3	2	5		2	3	1
	2	6	4	3	7	1	8	9	5



	2	1		3					
5		3	6						
								1	
				5					
			3						
			4						

3	2	1		3	2	1			
5	4	3	6	2	1				
4	3	2	5	1			1		
2	1		1	4	2	3			
1		1	2	5	3	4			
	1	2	3	6	4	5			
1	2	3	4		1	2			



			3						
			2		1				
		6			2	3			
	2		1						
		2			5				
3	2								
			1	2	4				

2	4	5	3	1			1		
1	3	4	2		1	2			
	1	6	5	4	2	3			
4	2	3	1	5	6				
1		2	4	3	5	1			
3	2	1		1	3	2			
2	1		1	2	4	3			

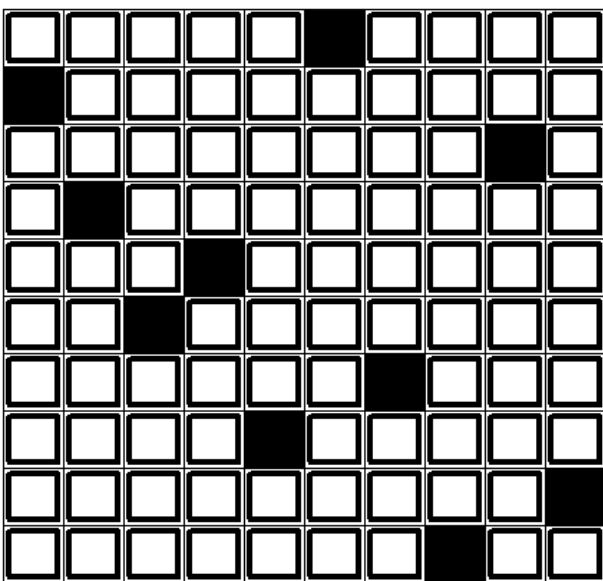
*Façon de numéroté les grilles :*

Afin de distinguer les grilles entre elles, il faut trouver une façon de les identifier.

Méthode proposée : en prenant ligne après ligne, on désigne la case noire par son rang par rapport au bord gauche, et ceci par une lettre : A pour 1, B pour 2...jusqu'à J pour 10.

Exemple :

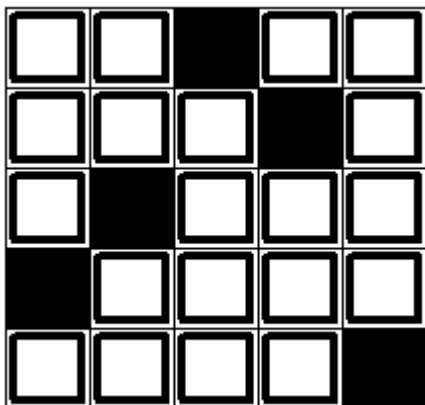
la grille ci-après portera la référence : **FAIBDCGEJH**



1	3	5	4	2	■	1	3	2	4
■	2	4	3	7	9	6	8	1	5
8	1	3	2	6	5	4	7	■	1
1	■	2	1	5	6	3	4	7	8
3	2	1	■	4	3	5	2	1	6
2	1	■	3	1	4	2	6	5	7
6	5	4	2	3	1	■	1	3	2
4	3	2	1	■	2	1	5	4	3
7	4	3	5	1	8	2	9	6	■
5	6	1	4	2	7	3	■	2	1

La nomenclature reste la même pour des grilles de dimensions 7 ou 5.

Grille de taille 5 :CDBAE



2	1	■	1	2
3	2	1	■	1
1	■	2	1	3
■	1	3	2	4
1	2	4	3	■