

QUIPU ET YUPANA

VALÉRIE LEMESLE AND MARC MONTICELLI

RÉSUMÉ. Cet article présente deux ateliers autour de la numération par les quipus. Un atelier "numération chez les incas" dont l'objectif est d'appréhender la numération en base 10 par la manipulation et déchiffrement de quipus, mais aussi par la construction de quipus (en faisant des nœuds). Un atelier "Calculer comme les incas" avec l'objectif supplémentaire de manipuler le Yupana pour effectuer des additions et ainsi de revoir l'algorithme de l'addition posée pour aider à la conceptualisation en insistant sur la notion de retenue.

Niveau : Tous niveaux à partir du CM1

Durée : 1h chacun

MATÉRIEL

- pour la numération : Ficelles/ Quipus mystères construits en amont de la séance.
- pour le calcul : Fiche Yupana/Jetons

NUMÉRATION CHEZ LES INCAS

Prérequis. notions sur la numération et la construction du nombre.

Introduction (5-10 min). Chez les Incas, les quipus, ces cordelettes avec des nœuds de différentes formes et de différentes couleurs, étaient la seule manière de conserver l'information. Il n'y avait pas de système d'écriture. À l'intérieur d'une tribu, des Incas étaient formés spécialement pour lire, construire et conserver la mémoire d'un village au travers des quipus. Si beaucoup d'entre eux gardent encore tout leur mystère, certains faits ont été établis et semblent mettre d'accord l'ensemble de la communauté des scientifiques spécialistes de ces sujets (voir [1]). Le système de numération des Incas est un système en base 10, comme le nôtre. Les élèves pourront ainsi utiliser et réactiver leurs connaissances sur notre système de numération. Pour commencer l'atelier, l'enseignant peut demander aux élèves ce qu'ils connaissent les Incas : vu en cours d'Histoire-Géographie, livre, film, dessin animé¹

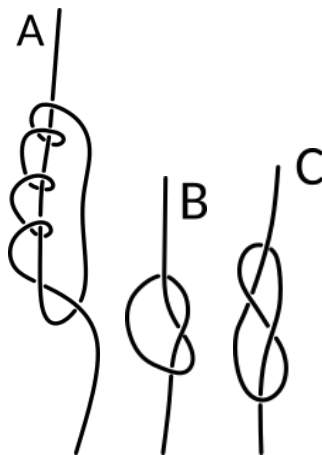
L'enseignant peut ensuite montrer à la classe des exemples de quipus en photo, puis montrer ceux qui sont déjà construits. Sur ces quipus,

1. Dans le dessin animé Les Cités d'Or, que beaucoup d'enfants ont vu, Zia dans un épisode déchiffre un Quipu (EP4. Saison 1)

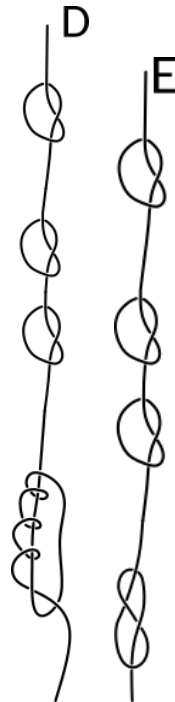
les élèves remarquent que les nœuds sont différents et qu'ils sont positionnés d'une certaine manière.

Construction et déchiffrement des Quipus (30 min). Analysons avec les élèves comment un quipu se construit : un quipu, une cordelette, est composé de trois groupes de nœuds. C'est donc un nombre à trois chiffres.

Ce nombre se lit de bas en haut en identifiant les unités (premier groupe de nœuds en bas), les dizaines (deuxième groupe de nœuds au milieu) et les centaines (dernier groupe de nœuds en haut). En regardant de plus près le quipu, des "nœuds longs" sont en bas du quipu et une succession de "nœuds simples" forme le deuxième et le troisième groupe de nœuds. Un troisième type de nœud, un nœud de huit, peut être utilisé pour identifier une unité simple tout en bas. Sur l'image ci-dessous, A représente un "nœud long" et est égal à 4 unités. B représente un "nœud simple" et est égal à une dizaine. C est un "nœud de huit", il se trouvera tout en bas du quipu et sera égal à 1 unité.



Ainsi, en associant l'ensemble de ces nœuds, on représente le nombre 124 sur le quipu D et E le nombre 121 (voir image ci-dessous). En effet, on peut compter un nœud long de 4 unités tout en bas du quipu, deux nœuds simples pour le deuxième groupe de nœuds et un dernier nœud simple pour le troisième groupe de nœud. Le même travail de déchiffrement peut être fait pour le quipu E en remarquant en bas du quipu un nœud de huit ayant pour valeur 1 unité.



Des quipus mystère, construits en amont de la séance par l'enseignant, peuvent alors circuler dans la classe et les élèves devront trouver les nombres qu'ils représentent. En parallèle, les élèves ont à leur disposition des cordelettes sur lesquelles ils peuvent construire des nombres à 3 chiffres. Ils pourront ensuite les faire deviner à leurs camarades. Pour la construction des différents nœuds, les élèves auront à leur disposition une fiche décrivant précisément comment construire les trois types de nœuds différents : "nœud long" (A), "nœud simple" (B) ou "nœud de huit" (C).

Pour les nombres plus grands que 999, il faut ajouter une nouvelle corde représentant la classe des milliers qui suivra le même principe de représentation des unités, dizaines, centaines. Puis une nouvelle corde pour la classe des millions, etc...les élèves peuvent ainsi réinvestir tout le système de positionnement des nombres en base 10 (voir [3] pour plus de détails).

Pour finir la séance (10-15 min). Plusieurs prolongements peuvent être imaginés en fonction de l'âge et de la dextérité des élèves. On peut dans un premier temps schématiser les quipus avec une droite et des petits segments : cette représentation faite, on peut alors ajouter des quipus entre eux ou soustraire des quipus (voir [3]).

On peut proposer la construction d'un quipu de la classe composé de leur date de naissance par exemple. Chaque élève composera son quipu avec sa date de naissance et l'ensemble des cordelettes pourra être rassemblé sur une corde principale. On peut aussi imaginer représenter

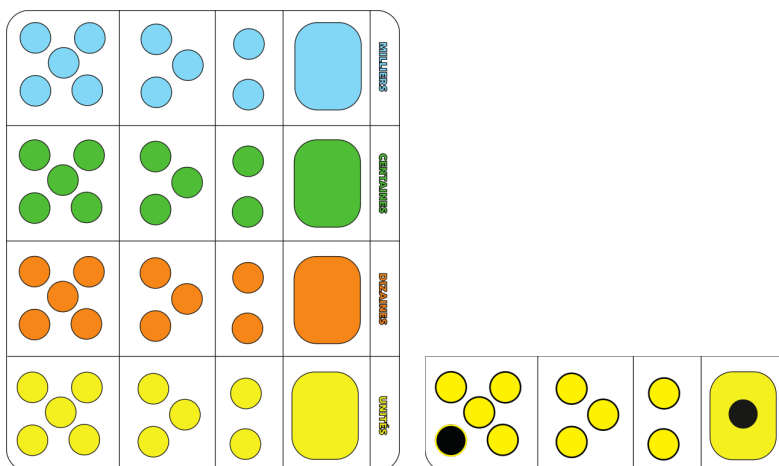
des nombres avec des propriétés mathématiques : nombres premiers, triangles, parfaits, de Sophie Germain, de Queneau..le choix est grand !

CALCULER COMME LES INCAS

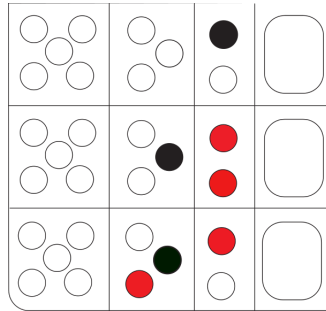
Prérequis. connaître la numération et l'addition posée.

Introduction (20 min). Le Yupana est l'abaque qu'utilisaient les Incas pour calculer. L'abaque est composé de lignes sur lesquelles on représente les unités, les dizaines, les centaines, etc, des nombres que l'on cherche à ajouter. Ce type de représentation, de bas en haut, est très proche du principe de représentation des quipus (voir article Numération chez les Incas).

L'objectif principal de cet abaque (et qui est différent des autres abaques) est de pouvoir calculer avec le moins de jetons possibles. Par exemple, dans l'image ci-dessous, dans la ligne unité, c'est le nombre 6 qui est représenté : 1 jeton dans la case avec 5 points et un jeton dans la case avec 1 point. Par contre, remarquons que 5 peut être représenté par 1 jeton dans la case à 3 points et 1 jeton dans la case à 2 points mais il peut aussi se représenter par 1 jeton dans la case à 5 points. C'est cette dernière représentation qui sera privilégiée car elle utilise moins de jetons.

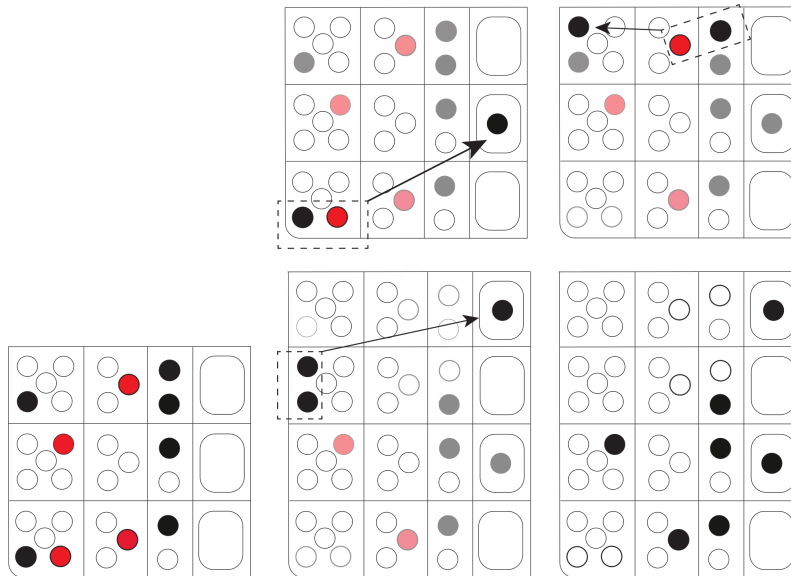


Jouer avec l'abaque (20 min). Une fois ce principe compris, l'enseignant choisit deux nombres et les additionne avec les élèves. Par exemple $133 + 24$, 133 étant représenté avec les jetons noirs et 24 avec les jetons rouges. Les élèves devront dans ce cas réarranger les jetons de manière à en avoir le moins possible dans chaque ligne. 5 dizaines se représentent alors avec un seul jeton dans la case à 5 points.



Le résultat se lit alors directement : 157.

On peut entraîner les élèves avec un autre exemple. Nous avons choisi dans l'image ci-dessous de représenter le calcul de $716 + 358$:



L'avantage de cet abaque est la manière de traiter la retenue : si il y a 2 jetons dans la case avec 5 points, il faudra positionner un jeton dans la case avec 1 grand point sur la ligne du dessus et recommencer le réarrangement ligne par ligne.

Une fois ces deux exemples bien compris par les élèves, il faut les laisser jouer en leur laissant choisir leurs nombres.

Pour finir la séance (10-15 min). Il est possible de laisser réfléchir les élèves aux autres opérations et comment les mettre en place dans l'abaque (et surtout est-ce que c'est possible). Pour la soustraction, il faudra passer par le "cassage" des jetons à 5 points, à 3 points ou à 2 points. Cela permettra de ré-investir l'algorithme de soustraction avec "cassage" de dizaines. Des idées peuvent être trouvées par les élèves pour la multiplication vu comme l'ajout de plusieurs fois la même quantité.

Une idée pour faire jouer le jeu avec son corps. Il est possible de faire jouer ce jeu aux élèves avec leurs corps : par groupe de 15, les élèves

prendront le rôle des jetons ! Un maître du jeu vérifie le déplacement des élèves et calcule le résultat qui doit être obtenu.²



RÉFÉRENCES :

- [1] The Ancient Quipu, a Peruvian Knot Record, L. Leland Locke, American Anthropologist, New Series, Vol. 14, No. 2 (Apr. - Jun., 1912), pp. 325-332 (12 pages) <https://www.jstor.org/stable/659935>
- [2] Pour la Science avril / juin 2005 Mathématiques exotiques n°47
- [3] Travailler la numération décimale avec les quipus incas, Thomas DE VITTORI et Ameline LEROY, 2017 <https://hal.science/hal-01693256/document>

COLLÈGE LE PRÉ DES ROURES, LE ROURET, LEMESLE@AC-NICE.FR

LJAD, MARC.MONTICELLI@MATH.CNRS.FR

². voir <https://www.mathemarium.fr/Calculer-chez-les-Incas-Quipus-et.html>