Une mystérieuse tablette

Shaula Fiorelli et Elise Raphael *

durée : 1 heure
Niveau : à partir de 12 ans

Résumé

Dans cette activité, on propose aux participants de jouer les archéologues mathématiques et de découvrir l'écriture babylonienne des nombres en déchiffrant plusieurs tablettes originales : des tables numériques et deux exercices de géométrie. L'objectif est de donner aux tablettes géométriques un sens qui permette d'expliquer de manière cohérente à la fois les symboles cunéiformes (représentant des nombres) et le dessin formé de diverses lignes. Cette activité met en évidence la numération par position. La partie III utilise le théorème de Pythagore.

Matériel

Support visuel en pdf ou en Powerpoint et des documents à distribuer :
— Les trois tablettes comportant des tables de multiplication (MAH 15691, MAH 16053, MAH 16135)
— La tablette avec un dessin de trapèze (YBC 7290)
— La tablette avec un dessin de carré avec ses diagonales (YBC 7289)

Proposition de déroulement

Introduction

Les tablettes en argile étudiées dans cette activité remontent à environ 1900 à 1600 av. J.C. À ce jour, les archéologues ont trouvé environ un demi-million de tablettes dont la moitié a été traduite. Parmi celles-là, quelques 350 comportent 500 problèmes mathématiques et environ 1300 sont des tables numériques et métrologiques.

C'est à l'école des scribes que les jeunes fils de familles riches (il y avait parfois de rare filles) apprenaient la première écriture inventée dans l'histoire de l'humanité. Quelques journaux intimes d'écoliers sont parvenus jusqu'à nous (sur des tablettes) et permettent de connaître leurs journées. Voir par exemple : `https://youtu.be/yoelGFjNCKs`

Partie I

On propose aux participants de déchiffrer des tablettes. On distribue les fiches plastifiées comportant des tables de multiplication (MAH 15691, MAH 16053, MAH 16135)).

*Mathscope, Université de Genève

Ces trois tablettes sont construites de la même manière en trois colonnes. Mis à part sur la première ligne, on trouve sur chaque ligne de la colonne de gauche la même série de symboles ; c'est le mot babylonien pour "fois" (a.rá).

Sur la deuxième colonne, on observe des symboles qu'on interprète facilement comme des nombres de 2 à 9 (il y a de 2 à 9 clous 𒁹) puis un chevron 𒌋 que l'on intrprète comme 10 et ainsi de suite.

Ayant compris ça, les élèves peuvent lire la troisième colonne : il s'agit des multiples de 2 (MAH 16053), de 5 (MAH 16135) et de 7 (MAH 15691).

La première ligne est construite de la manière suivante (pour $n = 2, 5, 7$) : n a.rá 1 n.

Difficulté Pour les valeurs de $5 \cdot 12 = 60$ ou $7 \cdot 9 = 63$: les élèves pensent rarement d'emblée à la notation par position. Généralement, ils parviennent à la conclusion que le symbole 𒁹 prend la valeur de 60 ou de 1 suivant les cas. Lorsqu'on leur demande alors combien vaut en écriture décimale le nombre

𒌋𒁹 𒌋𒈫

les élèves répondent 82 (= 70 + 12) et non 672 (= $11 \cdot 60 + 12$). Les laisser alors réfléchir sur le nombre décimal 121 (ou tout autre nombre contenant deux chiffres identiques). A la suite de cette réflexion, ils parviennent à comprendre que l'écriture babylonienne des nombres est à la fois positionnelle et additive.

FIGURE 1 – La table de 7 et les transcriptions des tables de 2, 5 et 7

Partie II

Passer à la tablette où l'on voit un trapèze (YBC 7290). Demander aux élèves ce qu'ils voient et comment l'interpéter. L'idée d'une figure géométrique avec des nombres qui peuvent être des cotes vient assez facilement. Au centre, ce pourrait être l'aire de la surface.

On voit qu'il faut interpréter le 2 comme 120 et non comme 2 (le trapèze serait bien pointu sinon...). La virgule était implicite et l'ordre de grandeur était donné par le contexte.

Le 140 du haut représente bien la hauteur du trapèze. En effet, le calcul de la surface du trapèze nous donne la valeur inscrite en son centre :

$$\frac{\text{petite base} + \text{grande base}}{2} \cdot \text{hauteur} = \frac{120 + 140}{2} \cdot 140 = 18200$$

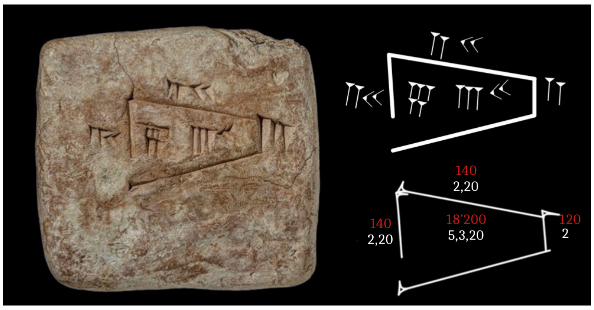

FIGURE 2 – La tablette YBC 7290, sa transcription et les valeurs en base 10

Partie III

Discussion générale sur les symboles et dessins visibles sur la tablette YBC 7289 , dans le but de faire émerger qu'il s'agit d'un carré avec ses diagonales et ses mesures.

L'idée que des nombres indiqués sur un croquis puissent être des cotes est naturelle. On a ainsi un carré de côté 30. Pour le (ou les) nombre situé à l'intérieur du carré, c'est moins évident. Les élèves sont en particulier un peu déroutés par la présence du deuxième nombre. L'idée est de valider ou infirmer avec eux leurs propositions. Les principales réponses possibles sont :

— le **périmètre** : on devrait trouver $4 \cdot 30 = 120$ (base 10) soit 2 (soixantaines) en base 60, à cause de la virgule flottante

— l'**aire** : avec un côté 30, l'aire vaut 900 (base 10) soit 15 (soixantaines) en base 60 ($15 \cdot 60 = 900$)

— la **diagonale** : c'est 42 et des poussières (aussi bien en base 10 qu'en base 60 (mais il s'agit de 42 unités). On retrouve le 42 sur la ligne du bas, ça paraît donc la meilleure piste.

Si on pense à la diagonale, Pour obtenir 42, on multiplie 30 par racine de 2 soit 1,4142...on voit un 1 sur la première ligne. Si on fait le calcul $\sqrt{2} = 1,4142135\ldots$ (base 10)

Sur la tablette :

$$1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{3600} + \frac{10}{60^3} = 1 + 0,4 + 0,0141\overline{6} + 0,000046\overline{296} = 1,41421\overline{296}$$

Si on arrondit, c'est correct à 6 décimales, ce qui est bien plus que nécessaires pour des calculs de tous les jours.

C'est donc cette tablette qui nous fait dire que les babyloniens avaient déjà une connaissance avancée du calcul et une volonté de précision. On retrouve cette valeur sur des tablettes de constantes (similaires aux tablettes de multiplications vues avant).

On suppose donc que le jeune scribe savait donc que lorsqu'il avait un carré de côté x, il fallait multiplier x par cette constante pour trouver la diagonale.

Sur la tablette :

$$30 \cdot \sqrt{2} = 42 + \frac{25}{60} + \frac{35}{3600} = 42 + 0,41\overline{6} + 0,0097\overline{2} = 42,4263\overline{8}$$

Difficulté les élèves ne pensent pas à diviser par 60. En fait, en général $\frac{1}{60}$ ne pose pas de problème mais le suivant est selon eux $\frac{1}{100}$. Réfléchir au sens de l'écriture décimale, p.ex :

$$2,35 = 2 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100} = 2 + 3 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

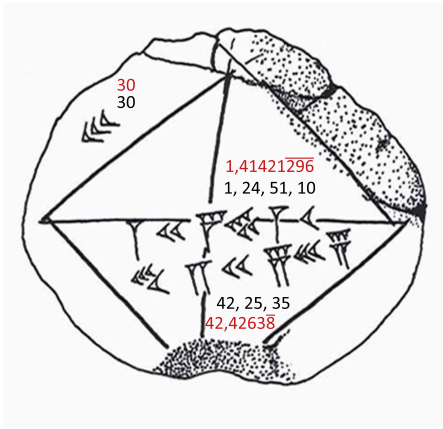

Figure 3 – La table YBC 72889, sa transcription et les valeurs en base 10