

Illustration de la loi de Benford

Gaëlle Chagny, Élise Janvresse, Thierry de la Rue

April 18, 2023

Cet article présente une activité en lien avec la loi de Benford, qui décrit la distribution du premier chiffre significatif dans des données variées : les nombres que l'on rencontre dans la vie quotidienne commencent beaucoup plus souvent par le chiffre 1 que par le chiffre 9. Il s'agit d'illustrer expérimentalement cette loi sur des séries de données issues de journaux, revues, magazines.

1 Cadre



Figure 1: Atelier sur la loi de Benford à la fête de la science

Niveau : Tout public, dès le primaire.

Cadre de l'activité : Activité présentée sur un stand lors de la fête de la science.

Matériel :

- un grand nombre de magazines, revues, journaux variés (quotidiens, journaux sportifs, revues de cuisine, de science, sur l'automobile, catalogues, prospectus publicitaires...). La loi de Benford se vérifie d'autant mieux que les données utilisées sont d'origines variées.
- un grand nombre de jetons ronds et plats en plastique
- 9 colonnes transparentes, identiques, étiquetées de 1 à 9 : nous avons utilisé pour fabriquer chaque colonne un morceau de contreplaqué rectangulaire, sur lequel est fixé un morceau de

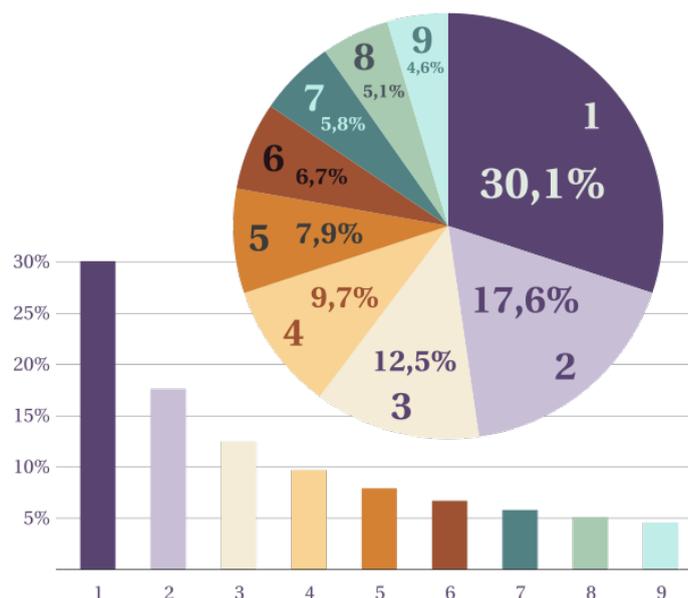


Figure 2: Proportion des nombres commençant par chaque chiffre selon la loi de Benford

plexiglass à l'aide de 3 baguettes en bois collées elles-même sur le support en contreplaqué, voir Figure 1.

- des stylos et des feuilles de papier.

2 Déroulement

2.1 Présentation

Dans un premier temps, nous expliquons aux personnes visitant le stand l'expérience réalisée.

Il s'agit de tester une théorie mathématique, la loi de Benford : elle s'intéresse à ce que l'on appelle le premier chiffre significatif de chaque nombre, c'est-à-dire le chiffre le plus à gauche qui n'est pas un zéro dans son écriture en base 10. Par exemple, le premier chiffre significatif de 2018 est 2, celui de 3,14159 est 3, celui de -0,05 est 5. Par définition il n'est jamais zéro donc ce premier chiffre significatif est toujours l'un des chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9. La loi de Benford stipule que les fréquences d'apparition de chacun de ces chiffres au début des nombres que nous rencontrons ne sont pas uniformes : comme indiqué sur le diagramme de la Figure 2, presque un tiers des nombres commencent par un 1, et les proportions décroissent jusqu'à moins d'un sur vingt pour le chiffre 9 !

Aux personnes connaissant la fonction logarithme, nous expliquons également que ces fréquences théoriques sont données par une formule mathématique précise : pour $i = 1, 2, \dots, 9$, la proportion des nombres commençant par le chiffre i est donnée par $\log_{10}(i + 1)/i$.

Des détails sont donnés sur le stand via un poster réalisé par Élise Janvresse et Thierry de la Rue, disponible sur notre site web de diffusion : <https://sorciersdesalem.math.cnrs.fr/Posters/PosterBenford.png>.

2.2 Participation du public

Nous demandons ensuite aux volontaires de choisir l'un des documents sur la table, de l'ouvrir à une page au hasard, et de relever sur une feuille les dix premiers nombres rencontrés.



Figure 3: Vérification expérimentale de la loi de Benford

Après avoir entouré sur chaque nombre le premier chiffre significatif, chaque volontaire enregistre ensuite ses observations en plaçant un jeton dans la colonne correspondante pour chaque chiffre relevé.

La photographie de la Figure 1 montre les résultats obtenus après une journée d'expérience et plusieurs centaines de nombres relevés. Assez conformes aux prévisions de la loi de Benford, non ?

Des explications et détails figurent dans cet article écrit par Élise Janvresse : *Quel est le début de ce nombre ? L'étrange loi de Benford*, Images des Mathématiques, 2019, et disponible ici, <http://images.math.cnrs.fr/Quel-est-le-debut-de-ce-nombre.html>, ou dans celui-ci, écrit par Gaëlle Chagny et Thierry de la Rue : *L'incroyable statistique des premiers chiffres*, The Conversation, 2022.