

## La constante de Kaprekar à trois chiffres

Dattatreya Ramachandra Kaprekar (1905-1988) est un mathématicien indien bien connu pour ses travaux sur les nombres. Voici l'activité qu'il proposa en 1949. Elle utilise le calcul mental et permet une approche des algorithmes.

Choisir un **nombre entier à trois chiffres**.

- ➊ ➤ Former un deuxième nombre en prenant les chiffres du premier nombre dans l'ordre décroissant (du plus grand au plus petit).
- ➋ ➤ Former ensuite un troisième nombre en prenant les chiffres du premier nombre dans l'ordre croissant (du plus petit au plus grand).
- ➌ ➤ Retrancher le troisième nombre du deuxième nombre : on obtient ainsi un nouveau nombre entier à trois chiffres.  
➤ À ce nouveau nombre, on réitère les trois phases précédentes jusqu'à obtenir deux fois de suite un même nombre entier à trois chiffres.

**Exemple : si on choisit le nombre 746.**

❖ Étape ➊ : ➊ on forme un 2<sup>e</sup> nombre en prenant les chiffres de 746 dans l'ordre décroissant : 764 et ➋ un 3<sup>e</sup> nombre en prenant les chiffres dans l'ordre croissant : 467.

➌ On retranche 467 de 764 :  $764 - 467 = 297$ .

❖ Étape ➋ : ➊ on forme 972 et ➋ 279, puis ➌ on retranche 279 de 972 :  $972 - 279 = 693$ .

❖ Étape ➌ : ➊ on forme 963 et ➋ 369, puis ➌ on retranche 369 de 963 :  $963 - 369 = 594$ .

❖ Étape ➍ : ➊ on forme 954 et ➋ 459, puis ➌ on retranche 459 de 954 :  $954 - 459 = 495$ .

❖ Étape ➎ : ➊ on forme 954 et ➋ 459, puis ➌ on retranche 459 de 954 :  $954 - 459 = 495$ .

❖ On s'arrête car on a obtenu deux fois de suite **495** aux étapes ➍ et ➎.

a) Tester l'algorithme de *Kaprekar* avec d'autres nombres à trois chiffres. Obtient-on à chaque fois 495 à la fin ?

b) Vérifier qu'en choisissant 657, l'algorithme de *Kaprekar* renvoie 495 à la fin de la 5<sup>e</sup> étape.

Il faut au **maximum 5 étapes** pour obtenir le nombre **495** : ce point fixe est appelé la **constante de Kaprekar à 3 chiffres**.

c) Il existe des nombres à trois chiffres qui ne renvoient pas 495 par l'algorithme de *Kaprekar*.

⇒ Tester par exemple les nombres suivants : 111, 333, 555, 888.

⇒ Tester par exemple les nombres suivants : 112, 212, 223, 433.

Les nombres à exclure cités ci-dessus sont nommés **cas dégénérés** et ne font pas partie de l'algorithme initial. On exclut les nombres composés de **trois chiffres identiques** (comme 111, 222, 333...) et ceux qui **comportent deux chiffres égaux et le troisième un voisin** (comme 112, 212, 223, 433...).

### Tour de Mathé-magie

Pensez à un nombre à trois chiffres, tous **les trois différents**.

De plus, votre nombre ne doit pas **comporter deux chiffres égaux et le troisième un voisin** (comme 112, 212, 223, 433...).

Écrivez le nombre le plus grand que vous pouvez former avec ces trois chiffres, puis écrivez le nombre le plus petit.

Faites la différence entre les deux.

Avec le nombre obtenu, recommencez.

Réalisez cette opération jusqu'à obtenir **deux fois de suite un même nombre à trois chiffres**.

En attendant, le Mathé-magicien écrit sur un papier le résultat que vous devez trouver.